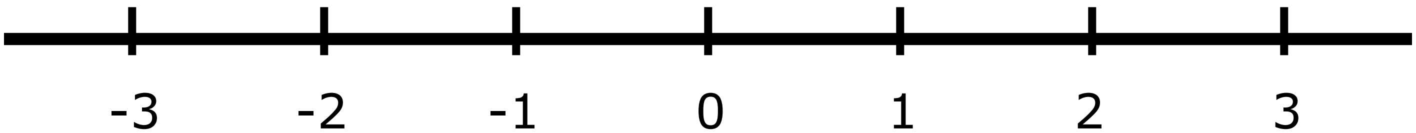
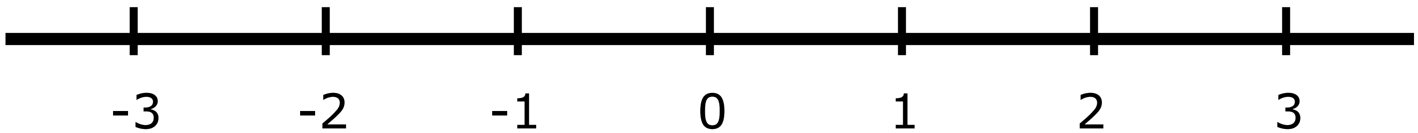
１次元のランダムウォーク

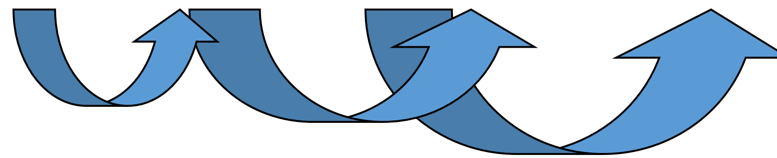


時間毎に、左右に等確率で１ずつ移動する場合

- $x(n) = x(n-1) \pm 1$
- $x^2(n) = x^2(n-1) \pm 2x(n-1) + 1^2$ $= x^2(n\text{-}2) + 1 + 1 = n$
- n ステップ後の位置の期待値 $\langle x(n) \rangle = 0$
- n ステップ後の原点からの移動距離 $\langle x^2(n) \rangle^{1/2} = \sqrt{n}$

移動距離が位置に比例するウォーク





現在量に比例する値で変化

$$x(n) = \pm x(n-1)$$

logをとると通常のランダムウォークのため、結果もlogをとると正規分布になる ＝ 対数正規分布

- 変動率が現在量に比例する系を乗算過程とよぶ

乗算過程と加算過程

通常の物理化学法則は「掛け算」の世界

掛け算をして仮数をとる演算について不変な分布はべき分布

ノイズが現在量に比例するウォークは対数正規分布

ランダムな分布のかけ合わせは対数正規分布

観測誤差などのノイズは「足し算」の世界

足し算をして端数を取る演算について不変な分布は一様分布

ノイズが一定なウォークは正規分布

ランダムな分布の足し合わせは正規分布（中心極限定理）

まとめ

- 対数正規分布は乗算過程から生じ、べき分布も乗算過程から生じる
  - 最小値を導入して定常状態を仮定する
- 世の中には乗算過程が多いので、べき則はおおく観測される。（スケールフリー性は珍しいものではない。）